

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2020 – 2021 учебный год

6 КЛАСС

1. В забеге участвовали 25 спортсменов. Число тех, кто финишировал раньше Пети, в три раза меньше тех, кто финишировал позже него. Какое место занял Петя?
2. Три человека собрались вместе. Каждый из них либо является рыцарем, и всегда говорит правду, либо является лжецом, и всегда говорит неправду. Первый из них сказал: "среди нас троих все лжецы". Второй с ним не согласился, сказав: "среди нас троих ровно один лжец". Можно ли на основании этой информации наверняка заключить, кем является третий: рыцарем или лжецом?
3. По окружности требуется расставить шесть попарно различных ненулевых цифр таким образом, чтобы любые три цифры, идущие по часовой стрелке подряд, давали число, кратное 7. Можно ли этого добиться?
4. Можно ли раздать шести детям 40 конфет так, чтобы у всех было разное количество конфет, и у каждого двух вместе было не более 17 конфет?
5. На клетчатой бумаге нарисован квадрат 5×5 . Можно ли разрезать его по клеточкам на три части с равными периметрами и почти равными (отличающимися не более чем на одну клеточку) площадями?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2020 – 2021 учебный год

7 КЛАСС

1. Можно ли получить число 100 из шести семёрок? Разрешается использовать скобки и знаки арифметических действий. Цифры группировать нельзя.
2. Четыре человека собрались вместе. Каждый из них либо является рыцарем, и всегда говорит правду, либо является лжецом, и всегда говорит неправду. Первый из них сказал: "среди нас ровно один лжец". Второй с ним не согласился, сказав: "среди нас ровно два лжеца". Третий промолчал, а четвёртый сообщил, что среди четверых все являются лжецами. Можно ли на основании этой информации наверняка заключить, кем является третий: рыцарем или лжецом?
3. По окружности требуется расставить шесть попарно различных ненулевых цифр таким образом, чтобы любые три цифры, идущие по часовой стрелке подряд, давали число, кратное 7. Сколькими различными способами можно этого добиться? Способы, отличающиеся поворотом, считаются одинаковыми.
4. На плоскости отметили несколько точек. Оказалось, что имеется ровно восемь треугольников с вершинами в отмеченных точках. Можно ли наверняка утверждать, сколько точек было отмечено?
5. Имеется 7 одинаковых с виду монет. Из них 2 фальшивых, вес которых одинаков, и он меньше веса настоящей монеты. Все настоящие монеты весят одинаково. Можно ли за три взвешивания на чашечных весах без гирь определить обе фальшивые монеты?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2020 – 2021 учебный год

8 КЛАСС

1. Дано 13 яблок. Имеются весы, позволяющие узнать суммарный вес любых двух яблок. Как за 8 взвешиваний узнать суммарный вес всех яблок?
2. Можно ли разрезать на 7 квадратов клетчатый прямоугольник размером 8×9 , проводя разрезы по сторонам клеточек?
3. За один ход разрешается либо прибавить 3 к натуральному числу, либо умножить это число на 2. За какое наименьшее число ходов можно из 1 получить 100?
4. Можно ли переставить цифры числа 123456, чтобы результат делился нацело на 11?
5. В подземном лабиринте имеется несколько комнат. Любая из них соединена не более чем с тремя другими. Также известно, что из любой комнаты в любую можно пройти или непосредственно, или через одну промежуточную комнату. Какое наибольшее число комнат может быть в таком лабиринте?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2020 – 2021 учебный год

9 КЛАСС

1. Существует ли такая фигура, что и из 16, и из 18 её экземпляров можно сложить квадрат?
2. Можно ли, используя по разу каждое из чисел от 1 до 10, расставить их в вершинах и на сторонах пятиугольника таким образом, чтобы сумма трёх чисел вдоль каждой из сторон была одинаковой?
3. За один ход разрешается либо прибавить 3 к натуральному числу, либо умножить это число на 2. За какое наименьшее число ходов можно из 1 получить 2020?
4. В треугольнике ABC угол при вершине B вдвое больше угла при вершине C . Проведена биссектриса AL , и на стороне AC выбрана точка D такая, что LA делит угол BLD пополам. Доказать, что $BL = CD$.
5. В книге встречается несколько упоминаний дат. Каждая из них записана шестью цифрами. Например, 19 сентября 2020 года записано как 19.09.20. Могло ли оказаться, что каждая цифра от 0 до 9 встретилась одинаковое число раз?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2020 – 2021 учебный год

10 КЛАСС

1. Имеется перестановка чисел от 1 до 10. Пару стоящих рядом чисел назовём *хорошей*, если одно из них нацело делится на другое. Какое максимальное число хороших пар может присутствовать в такой перестановке?
2. Все цифры четырёхзначного числа попарно различны. Среди них ровно две делятся на 2, и ровно три делятся на 3. Сколько имеется таких чисел?
3. Существуют ли два числа, сумма которых больше суммы их квадратов, но меньше суммы кубов?
4. Внутри квадрата $ABCD$ выбрана точка P , для которой $PA = 1$, $PB = 2$, $PC = 3$. Найти величину угла APB .
5. Имеется 4 числа: a_1, a_2, a_3, a_4 , каждое из которых равно нулю или единице. За один вопрос разрешается узнать, чему равна сумма нескольких из них. Можно ли, задав последовательно три вопроса, узнать значение каждого из чисел?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35

Всероссийская олимпиада школьников по математике

II (муниципальный) этап

2020 – 2021 учебный год

11 КЛАСС

1. Дан квадратный трёхчлен $f(x)$. Известно, что справедливо равенство $f(n) = n^3$ при $n = 1$, $n = 2$ и $n = 3$. Найти $f(-1)$.
2. В шахматном турнире участвовало более двух человек. Один из них, Савелий, набрал меньше всех очков. Одного из участников, Остапа, дисквалифицировали, а все очки, набранные во встречах с ним, аннулировали, исключив этого игрока из таблицы. Мог ли в результате Савелий стать абсолютным победителем турнира, опередив всех остальных по числу очков? В шахматах за победу присуждается 1 очко, за ничью $1/2$ очка, за поражение 0 очков.
3. Сколькими способами можно переставить цифры числа 12345678, чтобы результат делился нацело на 11?
4. Найти все решения уравнения

$$1 + 2^x + 3^y + 4^z = (1 + 2 + 3 + 4)^k$$

в натуральных числах.

5. В пространстве расположен треугольник ABC , длины сторон которого равны $AB = 5$, $BC = \sqrt{2}$, $CA = \sqrt{13}$. Можно ли так расположить его по одну сторону от некоторой плоскости α , чтобы расстояния от вершин A , B , C до этой плоскости равнялись 1, 2, 3 соответственно?

За полное решение каждой задачи дается по 7 баллов

Максимальная сумма баллов равна 35